

## Chapitre 3 : Puissances

### 1. Puissances

Définition :

Lorsqu'un nombre  $a$  est multiplié  $n$  fois par lui-même, on peut noter le produit  $a^n$

*Exemple*

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

Vocabulaire

- Dans  $a^n$ , le nombre  $n$  est appelé l'exposant
- $5^7$  peut se lire « 5 exposant 7 » ou « 5 puissance 7 »
- $5^2$  se lit « 5 carré »
- $5^3$  se lit « 5 cube »

Propriété : Produits et quotients

Quels que soient les nombres  $a$ ,  $n$  et  $p$ , on a  $a^n \times a^p = a^{n+p}$  et  $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

*Exemples*

- $5^3 \times 5^7 = 5^{3+7} = 5^{10}$
- $10^{15} \times 10^{-4} = 10^{11}$
- $\frac{6^3}{6^7} = 6^{3-7} = 6^{-4}$

*Remarque*

Par convention, pour tout nombre  $a$ , on a  $a^1 = a$  et  $a^0 = 1$ .

Par exemple,  $5^0 = 1$ ;  $13^1 = 13$ ;  $0^0 = 1$

### 2. Puissances de 10

Propriété

Un nombre de la forme  $10^n$  est appelé une puissance de 10.

- Si  $n > 0$ ,  $10^n = 10 \dots 0$  avec  $n$  zéros
- Si  $n < 0$ ,  $10^n = 0,0 \dots 1$  avec  $n$  zéros

*Exemples*

$$\begin{aligned} 10^3 &= 1000 \\ 10^7 &= 10\,000\,000 \\ 10^{-1} &= 0,1 \\ 10^{-3} &= 0,001 \\ 10^{-8} &= 0,000\,000\,01 \end{aligned}$$

**Définition : Notation scientifique**

Pour simplifier l'écriture de très grands ou de très petits nombres, on utilise l'écriture scientifique. Il s'agit de modifier l'écriture d'un nombre pour le mettre sous la forme  $a \times 10^n$  où  $a$  n'a qu'un chiffre dans sa partie entière.

*Exemples*

$$7\ 000\ 000 = 7 \times 10^6$$

$$5\ 000 = 5 \cdot 10^3$$

$$8\ 000\ 000\ 000\ 000 = 8 \cdot 10^{15}$$

$$98\ 700\ 000\ 000 = 9,87 \cdot 10^{10}$$

$$0,000\ 000\ 04 = 4 \cdot 10^{-8}$$

**Propriété : Somme en notation scientifique**

Pour ajouter deux nombres en notation scientifique, il faut qu'ils aient le même exposant, ou les passer en notation décimale.

*Exemples*

- $4 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^6 = 7 \cdot 10^6$
- $5 \times 10^3 + 2 \times 10^7 = 5\ 000 + 20\ 000\ 000 = 20\ 005\ 000$

### 3. Racine carrée

**Définition : Carré d'un nombre**

Le carré d'un nombre  $a$  est le produit de ce nombre par lui-même. On le note  $a^2$

$$a^2 = a \times a$$

*Exemples*

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$(-5)^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$0,1 \times 0,1 = 0,01$$

**Remarque**

D'après la règle des signes, un carré est forcément positif

**Définition : Racine carrée d'un nombre positif**

La racine carrée d'un nombre positif  $a$ , notée  $\sqrt{a}$ , est le nombre positif dont le carré est  $a$

*Exemples*

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

**Propriétés**

- Seul un nombre positif admet une racine carrée. La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.
- Pour tout nombre  $a$  positif,  $\sqrt{a^2} = a$  et  $(\sqrt{a})^2 = a$