

Chapitre 3 : Puissances

1. Puissances

Définition :

Lorsqu'un nombre a est multiplié n fois par lui-même, on peut noter le produit a^n

Exemple

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

Vocabulaire

- Dans a^n , le nombre n est appelé l'exposant
- 5^7 peut se lire « 5 exposant 7 » ou « 5 puissance 7 »
- 5^2 se lit « 5 carré »
- 5^3 se lit « 5 cube »

Propriété : Produits et quotients

Quels que soient les nombres a , n et p , on a $a^n \times a^p = a^{n+p}$ et $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

Exemples

- $5^3 \times 5^7 = 5^{3+7} = 5^{10}$
- $10^{15} \times 10^{-4} = 10^{11}$
- $\frac{6^3}{6^7} = 6^{3-7} = 6^{-4}$

Remarque

Par convention, pour tout nombre a , on a $a^1 = a$ et $a^0 = 1$.

Par exemple, $5^0 = 1$; $13^1 = 13$; $0^0 = 1$

2. Puissances de 10

Propriété

Un nombre de la forme 10^n est appelé une puissance de 10.

- Si $n > 0$, $10^n = 10 \dots 0$ avec n zéros
- Si $n < 0$, $10^n = 0,0 \dots 01$ avec n zéros

Exemples

$$\begin{aligned}10^3 &= 1000 \\10^7 &= 10\,000\,000 \\10^{-1} &= 0,1 \\10^{-3} &= 0,001 \\10^{-8} &= 0,000\,000\,01\end{aligned}$$

Définition : Notation scientifique

Pour simplifier l'écriture de très grands ou de très petits nombres, on utilise l'écriture scientifique. Il s'agit de modifier l'écriture d'un nombre pour le mettre sous la forme $a \times 10^n$ où a n'a qu'un chiffre dans sa partie entière.

Exemples

$$7\,000\,000 = 7 \times 10^6$$

$$5\,000 = 5.10^3$$

$$8\,000\,000\,000\,000\,000 = 8.10^{15}$$

$$98\,700\,000\,000 = 9,87.10^{10}$$

$$0,000\,000\,04 = 4.10^{-8}$$

Propriété : Somme en notation scientifique

Pour ajouter deux nombres en notation scientifique, il faut qu'ils aient le même exposant, ou les passer en notation décimale.

Exemples

- $4.10^6 + 3.10^6 = 7.10^6$
- $5 \times 10^3 + 2 \times 10^7 = 5\,000 + 20\,000\,000 = 20\,005\,000$

3. Racine carrée

Définition : Carré d'un nombre

Le carré d'un nombre a est le produit de ce nombre par lui-même. On le note a^2

$$a^2 = a \times a$$

Exemples

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$(-5)^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$0,1 \times 0,1 = 0,01$$

Remarque

D'après la règle des signes, un carré est forcément positif

Définition : Racine carrée d'un nombre positif

La racine carrée d'un nombre positif a , notée \sqrt{a} , est le nombre positif dont le carré est a

Exemples

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

Propriétés

- Seul un nombre positif admet une racine carrée. La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.
- Pour tout nombre a positif, $\sqrt{a^2} = a$ et $(\sqrt{a})^2 = a$